Revisión de conceptos

1. El conjunto de entradas permisibles para una función se denomina _______ de la función; el conjunto de salidas que se obtienen se denomina _______ de la función.

2. Si $f(x) = 3x^2$, entonces $f(2u) =$ _______ y $f(x+h) =$ _______.

3. Si $f(x)$ se acerca cada vez más a L, cuando $|x|$ aumenta indefinidamente, entonces la recta $y = L$ es una _______ para la gráfica de f.

4. Si $f(-x) = f(x)$ para toda x en el dominio de f, entonces f se denomina función _______; si $f(-x) = -f(x)$ para toda x en el dominio de f, entonces f se llama función _______. En el primer caso, la gráfica de f es simétrica con respecto al _______; en el segundo caso, es simétrica con respecto al _______.

Conjunto de problemas 0.5

1. Para $f(x) = 1 - x^2$, determine cada valor.

(a) $f(1)$ (b) $f(-2)$ (c) $f(0)$
(d) $f(k)$ (e) $f(-5)$ (f) $f\left(\frac{1}{4}\right)$
(g) $f(1+h)$ (h) $f(1+h) - f(1)$
(i) $f(2+h) - f(2)$

2. Para $F(x) = x^3 + 3x$, determine cada valor.

(a) $F(1)$ (b) $F(\sqrt{2})$ (c) $F\left(\frac{1}{4}\right)$
(d) $F(1+h)$ (e) $F(1+h) - F(1)$
(f) $F(2+h) - F(2)$

3. Para $G(y) = 1/(y-1)$, determine cada valor.

(a) $G(0)$ (b) $G(0.999)$ (c) $G(1.01)$
(d) $G(y^2)$ (e) $G(-x)$ (f) $G\left(\frac{1}{x^2}\right)$

4. Para $\Phi(u) = \dfrac{u + u^2}{\sqrt{u}}$, encuentre cada valor. (Φ es la letra griega fi mayúscula).

(a) $\Phi(1)$ (b) $\Phi(-t)$ (c) $\Phi\left(\frac{1}{2}\right)$
(d) $\Phi(u+1)$ (e) $\Phi(x^2)$ (f) $\Phi(x^2 + x)$

5. Para

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-3}}$$

determine cada valor.

(a) $f(0.25)$ (b) $f(\pi)$ (c) $f(3 + \sqrt{2})$

C **6.** Para $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}/(x - \sqrt{3})$, determine cada valor.

(a) $f(0.79)$ (b) $f(12.26)$ (c) $f(\sqrt{3})$

7. ¿Cuáles de las siguientes relaciones determinan una función f con fórmula $y = f(x)$? Para aquellas que lo sean, determine $f(x)$. *Sugerencia:* despeje la y en términos de x y observe que la definición requiere un solo valor de y para cada x.

(a) $x^2 + y^2 = 1$ (b) $xy + y + x = 1, x \neq -1$
(c) $x = \sqrt{2y + 1}$ (d) $x = \dfrac{y}{y+1}$

8. ¿Cuáles de las gráficas de la figura 12 son gráficas de funciones?

Este problema sugiere una regla: *para que una gráfica sea la gráfica de una función, cada recta vertical debe cortar la gráfica en sólo un punto*.

9. Para $f(x) = 2x^2 - 1$ determine y simplifique $[f(a+h) - f(a)]/h$.

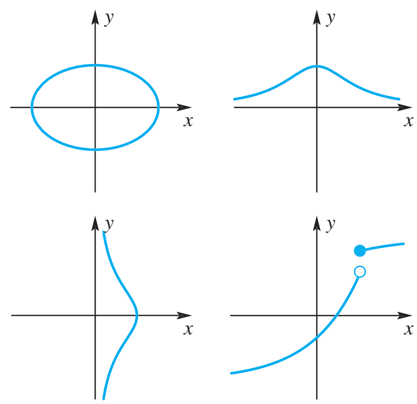

Figura 12

10. Para $F(t) = 4t^2$ determine y simplifique $[F(a+h) - F(a)]/h$.

11. Para $g(u) = 3/(u-2)$ determine y simplifique $[g(x+h) - g(x)]/h$.

12. Para $G(t) = t/(t+4)$ determine y simplifique $[G(a+h) - G(a)]/h$.

13. Determine el dominio natural para cada caso siguiente.

(a) $F(z) = \sqrt{2z + 3}$ (b) $g(v) = 1/(4v - 1)$
(c) $\psi(x) = \sqrt{x^2 - 9}$ (d) $H(y) = -\sqrt{625 - y^4}$

14. En cada caso determine el dominio natural.

(a) $f(x) = \dfrac{4 - x^2}{x^2 - x - 6}$ (b) $G(y) = \sqrt{(y+1)^{-1}}$
(c) $\phi(u) = |2u + 3|$ (d) $F(t) = t^{2/3} - 4$

En los problemas del 15 al 30 especifique si la función dada es par, impar o ninguna de las dos, y luego bosqueje su gráfica.

15. $f(x) = -4$ **16.** $f(x) = 3x$
17. $F(x) = 2x + 1$ **18.** $F(x) = 3x - \sqrt{2}$
19. $g(x) = 3x^2 + 2x - 1$ **20.** $g(u) = \dfrac{u^3}{8}$
21. $g(x) = \dfrac{x}{x^2 - 1}$ **22.** $\phi(z) = \dfrac{2z + 1}{z - 1}$
23. $f(w) = \sqrt{w - 1}$ **24.** $h(x) = \sqrt{x^2 + 4}$
25. $f(x) = |2x|$ **26.** $F(t) = -|t + 3|$
27. $g(x) = \left[\!\left[\dfrac{x}{2}\right]\!\right]$ **28.** $G(x) = [\![2x - 1]\!]$

29. $g(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \le 0 \\ t+1 & \text{si } 0 < t < 2 \\ t^2 - 1 & \text{si } t \ge 2 \end{cases}$

30. $h(x) = \begin{cases} -x^2 + 4 & \text{si } x \le 1 \\ 3x & \text{si } x > 1 \end{cases}$

31. Una planta tiene la capacidad para producir desde 0 hasta 100 computadoras por día. Los gastos generales diarios de la planta ascienden a \$5000 y el costo directo (mano de obra y materiales) para producir una computadora es de \$805. Escriba una fórmula para $T(x)$, el costo total de producir x computadoras en un día y, también, para el costo unitario $u(x)$ (costo promedio por computadora). ¿Cuáles son los dominios de estas funciones?

C **32.** A la compañía ABC le cuesta $400 + 5\sqrt{x(x-4)}$ dólares fabricar x estufas de juguete que vende en \$6 cada una.

(a) Determine una fórmula para $P(x)$, la utilidad total de fabricar x estufas.

(b) Evalúe $P(200)$ y $P(1000)$.

(c) ¿Cuántas estufas debe fabricar ABC para estar en equilibrio?

C **33.** Determine la fórmula para la cantidad $E(x)$ por la cual un número x excede a su cuadrado. Haga una gráfica de $E(x)$ para $0 \le x \le 1$. Utilice la gráfica para estimar el número positivo menor o igual a uno que excede a su cuadrado en la máxima cantidad.

34. Sea p el perímetro de un triángulo equilátero. Determine una fórmula para $A(p)$, el área de tal triángulo.

35. Un triángulo rectángulo tiene una hipotenusa fija de longitud h y un cateto tiene longitud x. Determine una fórmula para la longitud, $L(x)$, del otro cateto.

36. Un triángulo rectángulo tiene una hipotenusa fija de longitud h y un cateto tiene longitud x. Determine una fórmula para el área, $A(x)$, del triángulo.

37. La Agencia de Renta de Automóviles Acme cobra \$24 por día por la renta de un automóvil más \$0.40 por milla.

(a) Escriba una fórmula para el gasto de renta total $E(x)$ por un día, en donde x es el número de millas recorridas.

(b) Si usted renta un automóvil durante un día, ¿cuántas millas puede recorrer por \$120?

38. Un cilindro circular recto de radio r está inscrito en una esfera de radio $2r$. Determine una fórmula para $V(r)$, el volumen del cilindro en términos de r.

39. Una pista de una milla tiene lados paralelos y extremos semicirculares iguales. Determine una fórmula para el área encerrada por la pista, $A(d)$, en términos del diámetro d de los semicírculos. ¿Cuál es el dominio natural para esta función?

40. Sea $A(c)$ el área de la región acotada por arriba por la recta $y = x + 1$, del lado izquierdo por el eje y, por abajo por el eje x y por la derecha por la recta $x = c$. Tal función se conoce como **función de acumulación**. (Véase la figura 13.) Determine

(a) $A(1)$ (b) $A(2)$

(c) $A(0)$ (d) $A(c)$

(e) Esboce la gráfica de $A(c)$.

(f) ¿Cuáles son el dominio y el rango de A?

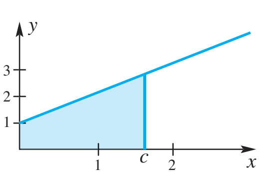

Figura 13

41. Sea $B(c)$ el área de la región acotada por arriba por la gráfica de la curva $y = x(1-x)$, por abajo por el eje x, y por la derecha por la recta $x = c$. El dominio de B es el intervalo $[0, 1]$. (Véase la figura 14.) Dado que $B(1) = \frac{1}{6}$.

(a) Determine $B(0)$ (b) Determine $B\left(\frac{1}{2}\right)$

(c) Haga una gráfica de $B(c)$, como mejor pueda.

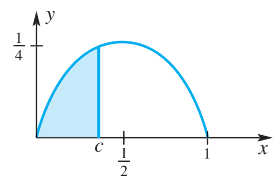

Figura 14

42. ¿Cuál de las siguientes funciones satisface $f(x+y) = f(x) + f(y)$ para todos los números reales x y y?

(a) $f(t) = 2t$ (b) $f(t) = t^2$

(c) $f(t) = 2t + 1$ (d) $f(t) = -3t$

43. Sea $f(x+y) = f(x) + f(y)$, para toda x y y. Demuestre que existe un número m, tal que $f(t) = mt$ para todos los números racionales t. *Sugerencia:* primero decida cuánto tiene que valer m. Luego proceda por pasos, iniciando con $f(0) = 0$, $f(p) = mp$ para un número natural p; $f(1/p) = m/p$, etcétera.

44. Un diamante de beisbol es un cuadrado con lados de 90 pies. Un jugador, después de conectar un cuadrangular, corrió alrededor del diamante a una velocidad de 10 pies por segundo. Sea s la distancia del jugador al *home* después de t segundos.

(a) Exprese s como una función de t por medio de una fórmula con cuatro partes.

(b) Exprese s como una función de t por medio de una fórmula con tres partes.

GC *Para utilizar la tecnología de manera eficiente, usted necesita descubrir sus capacidades, fortalezas y debilidades. Le pedimos que practique la graficación de funciones de varios tipos utilizando su propio paquete de cómputo o su calculadora. Los problemas del 45 al 50 están diseñados con este propósito.*

45. Sea $f(x) = (x^3 + 3x - 5)/(x^2 + 4)$.

(a) Evalúe $f(1.38)$ y $f(4.12)$.

(b) Para esta función, construya una tabla de valores correspondiente a $x = -4, -3, \ldots, 3, 4$.

46. Siga las instrucciones del problema 45 para $f(x) = (\operatorname{sen}^2 x - 3 \tan x)/\cos x$.

47. Trace la gráfica de $f(x) = x^3 - 5x^2 + x + 8$ en el dominio $[-2, 5]$.

(a) Determine el rango de f.

(b) En este dominio, ¿dónde $f(x) \ge 0$?

48. Superponga la gráfica de $g(x) = 2x^2 - 8x - 1$ con dominio $[-2, 5]$ sobre la gráfica de $f(x)$ del problema 47.

(a) Estime los valores de x donde $f(x) = g(x)$.

(b) En $[-2, 5]$, ¿dónde $f(x) \ge g(x)$?

(c) En $[-2, 5]$, estime el valor más grande de $|f(x) - g(x)|$.

49. Grafique $f(x) = (3x - 4)/(x^2 + x - 6)$ en el dominio $[-6, 6]$.

(a) Determine las intersecciones con el eje x y con el eje y.

(b) Determine el rango de f para el dominio dado.

(c) Determine las asíntotas verticales de la gráfica.